



COLEGIO
JUAN DE LA CIERVA



VIII

OLIMPIADA

MATEMÁTICA

4º ESO

APLICADAS

SEPTIEMBRE/2023

Ejercicio nº 1

Calcula:

$$8 + (-5)[2 - 15 : (-3) + (-4) \cdot 6]$$

Ejercicio nº 2

Calcula:

a) $-9 - (-10 + 4 - (-2) + (-3))$

b) $-5 \cdot (-4)^2 - (-3) : 3 + (-8)$

c) $-5 + 2 [-7 + (-4) \cdot (-2) - 28 : 4]$

Ejercicio nº 3

Calcula:

a) $(12 - 15 + (-3)) - (-8 + 4 - (-7) - 18)$

b) $14 : (-2) + (-5) : 5 - (-3) + 12$

c) $-3 + 7 [-4 - (-12) : (-6) + 4 \cdot (-3)]$

Ejercicio nº 4

Calcula:

a) $(-12) : (-2) + (-3) \cdot (-4) + (-7)$

b) $-8 + 3 [5 - 4 + (-2) \cdot (-3) - 7]$

c) $\frac{-8}{-2} + (-7) \cdot (-1) + (-8)^2 - 10$

Ejercicio nº 5

Calcula:

a) $(-4) - (-13 + 8 + (-4)) + 1$

b) $(-10) \cdot (-1) - (-2) : 2 + (-9)$

c) $-7 - 2 [4 - 8 : (-1) + (-3)]^2$

Ejercicio nº 6

Un avión que vuela a 5400 metros de altura, debe descender 500 metros para evitar una tormenta. Desde esa altura detecta en su vertical a un submarino que está sumergido a 70 metros de profundidad y que, a su vez, asciende 25 metros. ¿Qué distancia separa el avión del submarino después del movimiento de ambos?

Ejercicio nº 7

Anaximandro, filósofo y matemático griego, nació en el año 611 a. C. y murió en el año 547 a. C. ¿Qué edad tenía al morir?

Ejercicio nº 8

Las temperaturas máxima y mínima de ayer fueron +20 °C y -3 °C. ¿Cuál fue la máxima diferencia de temperaturas de ayer?

Ejercicio nº 9

A las 8 de la mañana el termómetro marcaba -5 °C; a las 12 del mediodía, la temperatura había subido 8 °C y, ahora, a las 12 de la noche, ha vuelto a bajar 5 °C. ¿Qué temperatura marca ahora el termómetro?

Ejercicio nº 10

Armando tiene 15 euros, pero debe 7 a su hermana. Su abuelo le da 8 euros de paga, y se gasta 13 euros en una cinta de música. ¿Cuánto le queda?

Ejercicio nº 11

Opera y simplifica:

a) $\frac{3}{2} - \frac{1}{5} : 2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5}$

b) $4 - \frac{1}{2} \left[\frac{3}{5} - \frac{2}{3} : \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right]$

Ejercicio nº 12

Calcula y simplifica:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \left(3 - \frac{1}{2} \right) + 2 : \frac{1}{3}$$

Ejercicio nº 13

Efectúa y simplifica:

a) $\frac{3}{2} - \frac{4}{5} : \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{6} - \frac{5}{3} \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{2} : \frac{3}{4}$

Ejercicio nº 14

Calcula y simplifica:

a) $\frac{4}{5} - \frac{3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{2}$

b) $1 - \frac{1}{3} \left(2 + \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{12} : \frac{1}{5}$

Ejercicio nº 15

A un viaje organizado para los alumnos y las alumnas de 4º ESO han ido 270 estudiantes en total. Sabiendo que $\frac{1}{6}$ eran del pueblo A, $\frac{2}{5}$ del pueblo B, y el resto del pueblo C :

a) ¿Qué fracción del total eran del pueblo C?

b) ¿Cuántos estudiantes fueron de cada uno de los tres pueblos?

Ejercicio nº 16

En una parcela se ha construido una casa que ocupa los $\frac{2}{5}$ de la superficie total. El resto de la parcela se ha dedicado al jardín. Sabiendo que para el jardín se han utilizado 60 m², ¿cuál es la superficie que ocupa la casa?

Ejercicio nº 17

Hemos dividido un viaje de 180 km en tres etapas; en la primera de ellas recorreremos

$\frac{1}{5}$ del total y, en la segunda, $\frac{3}{4}$ del total.

- a) ¿Qué fracción del total supone la tercera etapa?
- b) ¿Cuántos kilómetros tiene la tercera etapa?

Ejercicio nº 18

Escribe en forma de fracción irreducible:

- a) 6,25
- b) $7,\overline{2}$
- c) $1,1\overline{3}$

Ejercicio nº19

Expresa en forma de fracción irreducible cada número:

- a) 32,5
- b) $25,\overline{4}$
- c) $3,1\overline{5}$

Ejercicio n° 20

Expresa en forma de fracción irreducible:

a) 24,4

b) $65,\hat{1}$

c) $4,1\bar{6}$

Ejercicio n° 21

Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales, irracionales o reales:

- 3 2,7 $\frac{3}{7}$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{7}$ $\sqrt[3]{9}$ 1,020020002..

Ejercicio n° 22

Reduce y calcula, aplicando las propiedades de las potencias:

a) $\left[\left(\frac{2}{5} \right)^{-2} : \left(\frac{5}{2} \right)^3 \right]^2$

b) $\frac{27 \cdot 3^4}{3^2}$

Ejercicio n° 23

a) Calcula:

$\left(\frac{1}{2} \right)^{-7}$, 2^{-8} , $\left(\frac{-3}{2} \right)^3$

b) Simplifica aplicando las propiedades de las potencias:

$\frac{8^2 \cdot 2}{2^4 \cdot 4^3}$

Ejercicio nº 24

Reduce y calcula, utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-2} \cdot 7^{-2} \cdot 7$

b) $\frac{16 \cdot 2^4}{(2^2)^3}$

Ejercicio nº 25

Simplifica y calcula, aplicando las propiedades de las potencias:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-5}$

b) $\frac{25 \cdot 5^2}{5^3}$

Ejercicio nº 26

Calcula y simplifica:

a) $3\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{72} + \sqrt{128}$

b) $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{27}}{\sqrt[5]{3}}$

Ejercicio nº 27

Expresa como potencia de exponente fraccionario y simplifica.

a) $\frac{\sqrt[4]{a^{10}}}{\sqrt{a^3}}$

b) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{27}$

Ejercicio n° 28

Opera y simplifica:

a) $\sqrt{27} - 2\sqrt{75}$

b) $\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[4]{a}$

Ejercicio n° 29

Racionaliza y simplifica:

a) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$

b) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^4}}$

c) $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2} + \sqrt{5}}$

Ejercicio n° 30

Racionaliza y simplifica:

a) $\frac{12}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{2}{\sqrt[3]{a}}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{5 - \sqrt{2}}$

Ejercicio n° 31

Suprime el radical del denominador.

a) $\frac{3}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{2}{\sqrt[3]{a}}$

Ejercicio n° 32

Un automóvil tarda 3 h en recorrer 285 km. Si mantiene la misma velocidad, ¿cuánto tardará en recorrer los 190 km siguientes?

Ejercicio nº 33

Si 3,5 kg de naranjas cuestan 6,3 €, ¿cuánto tendremos que pagar por 4 kg y 800 gramos de las mismas naranjas?

Ejercicio nº 34

Un campesino tiene alimento para sus 40 vacas durante 120 días. Si compra 20 vacas más, ¿cuántos días podrá alimentarlas con las mismas provisiones?

4)

Ejercicio nº 35

Si 15 personas han realizado un trabajo de 120 horas, ¿cuánto tiempo tardarían 24 personas en hacer ese mismo trabajo?

Ejercicio nº 36

Tres cosechadoras en tres horas han segado un campo de 27 hectáreas. ¿Cuántas cosechadoras serán necesarias para segar en dos horas 36 hectáreas?

Ejercicio nº 37

Diez obreros han construido 200 metros de valla en cinco días. ¿Cuántos metros de valla harán 15 obreros trabajando 10 días?

Ejercicio nº 38

Reparte 1 515 € en partes inversamente proporcionales a 5, 6, 9 y 12.

Ejercicio nº 39

Victoria, Mercedes y José Carlos han cobrado 1500 € por un trabajo. Sabiendo que Victoria trabajó 12 días, Mercedes 8 días y José Carlos 10 días, ¿cuánto le corresponderá a cada uno?

Ejercicio nº 40

El 36% de las 250 familias de cierta población son familias numerosas. ¿Cuántas familias no son numerosas?

Ejercicio nº 41

En una clase hay 14 chicas, lo que supone un 43,75 % del total. ¿Cuántos chicos hay en dicha clase?

Ejercicio nº 42

Expresa utilizando el lenguaje algebraico:

- a) El área, S , de un rectángulo de base a y altura b .
- b) En una división, el dividendo es igual al divisor por el cociente más el resto.

Ejercicio nº 43

Dados los monomios $A = -3x^3$, $B = 4x^3$, $C = \frac{x^2}{2}$, efectúa:

- a) $(B - A) \cdot C$
- b) $(B : C) \cdot A$
- c) $2A + 3B$

Ejercicio nº 44

Opera y simplifica:

$$(x^2 - 2x + 3)(2x + 1) - (4x - 1)^2$$

Ejercicio nº 45

Calcula el cociente y el resto de la siguiente división:

$$(6x^4 - 5x^3 + x^2 + x - 2) : (3x^2 - 3x + 1)$$

Ejercicio nº 46

Halla el cociente y el resto de cada división:

$$(-3x^4 + 6x^2 + x - 2) : (x - 1)$$

Ejercicio nº 47

Calcula el valor numérico del polinomio para los valores que se indican:

$$3x^2 - 3x + 6$$

a) Para $x = -1$

b) Para $x = 3$

Ejercicio nº 48

Dado el polinomio $P(x) = 4x^3 - 8x^2 + 3x - 1$:

a) Halla el cociente y el resto de la división:

$$P(x) : (x - 2)$$

b) ¿Cuánto vale $P(2)$?

Ejercicio nº 49

Factoriza estos polinomios:

$$x^4 - 2x^3 + x^2$$

Ejercicio nº 50

Factoriza el siguiente polinomio:

$$x^5 - 2x^4 - 5x^3 + 6x^2$$

Ejercicio nº 51

Descompón en factores el numerador y el denominador, y luego simplifica.

$$\frac{x^3 - 49x}{x^4 - 7x^3}$$

Ejercicio n° 52

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{2x+1}{5} - \frac{x+1}{3} = \frac{3x}{5} - 2\left(\frac{x}{6} - 1\right)$$

Ejercicio n° 53

Resuelve:

$$\frac{5(3x+1)}{4} - \frac{6x-1}{3} = \frac{-9x}{16} + \frac{2(9x+5)}{8}$$

Ejercicio n° 54

Resuelve esta ecuación:

$$3(2x+1) - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{2}\left[x+2 - \frac{x+1}{3}\right]$$

Ejercicio n° 55

Resuelve:

a) $18x^2 - 2 = 0$

b) $4x^2 + 22x = 0$

Ejercicio n° 56

Resuelve:

$$2x(\sqrt{x-1})|x^2 - 3x + 6| = 0$$

Ejercicio n° 57

Resuelve las ecuaciones:

$$2x + \sqrt{6x+1} = 3$$

Ejercicio n° 58

La edad de Alicia es el cuádruple de la de Pablo, pero dentro de 16 años será solamente el doble. Halla la edad actual de Alicia y de Pablo.

Ejercicio n° 59

a) Resuelve.

$$\begin{cases} 2x - 3y = -9 \\ 5x + y = 3 \end{cases}$$

b) Resuelve.

$$\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 6x + 5y = 7 \end{cases}$$

Ejercicio n° 60

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ y^2 - x^2 = 5 \end{cases}$$

Ejercicio n° 61

El perímetro de un rectángulo es de 30 cm, y sabemos que la base es 1 cm más larga que la altura. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar las dimensiones del rectángulo.

SOLUCIONES

Ejercicio nº 1

Calcula:

$$8 + (-5)[2 - 15 : (-3) + (-4) \cdot 6]$$

Solución

$$8 + (-5)[2 - 15 : (-3) + (-4) \cdot 6] = 8 - 5[2 + 5 - 24] = 8 - 5 \cdot (-17) = 8 + 85 = 93$$

Ejercicio nº 2

Calcula:

a) $-9 - (-10 + 4 - (-2) + (-3))$

b) $-5 \cdot (-4)^2 - (-3) : 3 + (-8)$

c) $-5 + 2 [-7 + (-4) \cdot (-2) - 28 : 4]$

Solución

a) $-9 - (-10 + 4 - (-2) + (-3)) = -9 - (-10 + 4 + 2 - 3) = -9 - (-7) = -9 + 7 = -2$

b) $-5 \cdot (-4)^2 - (-3) : 3 + (-8) = -80 + 1 - 8 = -87$

c) $-5 + 2 [-7 + (-4) \cdot (-2) - 28 : 4] = -5 + 2 [-7 + 8 - 7] = -5 + 2 \cdot (-6) = -5 - 12 = -17$

Ejercicio nº 3

Calcula:

a) $(12 - 15 + (-3)) - (-8 + 4 - (-7) - 18)$

b) $14 : (-2) + (-5) : 5 - (-3) + 12$

c) $-3 + 7 [-4 - (-12) : (-6) + 4 \cdot (-3)]$

Solución

a) $(12 - 15 + (-3)) - (-8 + 4 - (-7) - 18) = (12 - 15 - 3) - (-8 + 4 + 7 - 18) = -6 - (-15) = -6 + 15 = 9$

b) $14 : (-2) + (-5) : 5 - (-3) + 12 = -7 - 1 + 3 + 12 = 7$

c) $-3 + 7 [-4 - (-12) : (-6) + 4 \cdot (-3)] = -3 + 7 [-4 - 2 - 12] = -3 + 7 \cdot (-18) = -3 - 126 = -129$

Ejercicio nº 4

Calcula:

a) $(-12) : (-2) + (-3) \cdot (-4) + (-7)$

b) $-8 + 3 [5 - 4 + (-2) \cdot (-3) - 7]$

c) $\frac{-8}{-2} + (-7) \cdot (-1) + (-8)^2 - 10$

Solución

a) $(-12) : (-2) + (-3) \cdot (-4) + (-7) = 6 + 12 - 7 = 11$

b) $-8 + 3 [5 - 4 + (-2) \cdot (-3) - 7] = -8 + 3 [5 - 4 + 6 - 7] = -8 + 3 \cdot 0 = -8 + 0 = -8$

c) $\frac{-8}{-2} + (-7) \cdot (-1) + (64) - 10 = 4 + 7 + 64 - 10 = 65$

Ejercicio nº 5

Calcula:

a) $(-4) - (-13 + 8 + (-4)) + 1$

b) $(-10) \cdot (-1) - (-2) : 2 + (-9)$

c) $-7 - 2 [4 - 8 : (-1) + (-3)]^2$

Solución

a) $(-4) - (-13 + 8 + (-4)) + 1 = -4 - (-13 + 8 - 4) + 1 = -4 - (-9) + 1 = -4 + 9 + 1 = 6$

b) $(-10) \cdot (-1) - (-2) : 2 + (-9) = 10 + 1 - 9 = 2$

c) $-7 - 2 [4 - 8 : (-1) + (-3)]^2 = -7 - 2 [4 + 8 - 3]^2 = -7 - 2 \cdot 81 = -7 - 162 = -169$

Ejercicio nº 6

Un avión que vuela a 5400 metros de altura, debe descender 500 metros para evitar una tormenta. Desde esa altura detecta en su vertical a un submarino que está sumergido a 70 metros de profundidad y que, a su vez, asciende 25 metros. ¿Qué distancia separa el avión del submarino después del movimiento de ambos?

Solución

$5400 - 500 = 4900 \text{ m}$

$$70 - 25 = 45 \text{ m}$$

4900 + 45 = 4945 m separan el avión y el submarino.

Ejercicio nº 7

Anaximandro, filósofo y matemático griego, nació en el año 611 a. C. y murió en el año 547 a. C. ¿Qué edad tenía al morir?

Solución

$$611 - 547 = 64 \text{ años}$$

Ejercicio nº 8

Las temperaturas máxima y mínima de ayer fueron +20 °C y -3 °C. ¿Cuál fue la máxima diferencia de temperaturas de ayer?

Solución

$20 + 3 = 23$ °C fue la máxima diferencia de temperaturas.

Ejercicio nº 9

A las 8 de la mañana el termómetro marcaba -5 °C; a las 12 del mediodía, la temperatura había subido 8 °C y, ahora, a las 12 de la noche, ha vuelto a bajar 5 °C. ¿Qué temperatura marca ahora el termómetro?

Solución

$$-5 + 8 = 3 \text{ °C a las 12 h}$$

$$3 - 5 = -2 \text{ °C}$$

A las 12 de la noche el termómetro marca -2 °C.

10)

Ejercicio nº 10

Armando tiene 15 euros, pero debe 7 a su hermana. Su abuelo le da 8 euros de paga, y se gasta 13 euros en una cinta de música. ¿Cuánto le queda?

Solución

$$15 - 7 + 8 - 13 = 15 + 8 - 7 - 13 = 23 - 20 = 3 \text{ euros.}$$

Le quedan 3 euros.

Ejercicio n° 11

Opera y simplifica:

$$\text{a) } \frac{3}{2} - \frac{1}{5} : 2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5}$$

$$\text{b) } 4 - \frac{1}{2} \left[\frac{3}{5} - \frac{2}{3} : \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right]$$

Solución

$$\text{a) } \frac{3}{2} - \frac{1}{5} : 2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{2} - \frac{1}{10} + \frac{2}{30} = \frac{45}{30} - \frac{3}{30} + \frac{2}{30} = \frac{44}{30} = \frac{22}{15}$$

$$\text{b) } 4 - \frac{1}{2} \left[\frac{3}{5} - \frac{2}{3} : \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right] =$$

$$= 4 - \frac{1}{2} \left[\frac{3}{5} - \frac{2}{1} + \frac{1}{2} \right] = 4 - \frac{1}{2} \left[\frac{6}{10} - \frac{20}{10} + \frac{5}{10} \right] = 4 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-9}{10} \right) = 4 + \frac{9}{20} = \frac{80}{20} + \frac{9}{20} = \frac{89}{20}$$

Ejercicio n° 12

Calcula y simplifica:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \left(3 - \frac{1}{2} \right) + 2 : \frac{1}{3}$$

Solución

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \left(3 - \frac{1}{2} \right) + 2 : \frac{1}{3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \left(\frac{6}{2} - \frac{1}{2} \right) + 6 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} + 6 = \frac{1}{3} - \frac{5}{4} + 6 = \frac{4}{12} - \frac{15}{12} + \frac{72}{12} = \frac{61}{12}$$

Ejercicio n° 13

Efectúa y simplifica:

$$\text{a) } \frac{3}{2} - \frac{4}{5} : \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } \frac{1}{6} - \frac{5}{3} \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{2} : \frac{3}{4}$$

Solución

$$a) \frac{3}{2} - \frac{4}{5} : \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{2} - \frac{8}{5} + \frac{1}{4} = \frac{30}{20} - \frac{32}{20} + \frac{5}{20} = \frac{3}{20}$$

$$b) \frac{1}{6} - \frac{5}{3} \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{2} : \frac{3}{4} =$$

$$= \frac{1}{6} - \frac{5}{3} \left(\frac{12}{15} - \frac{5}{15} \right) - \frac{4}{6} = \frac{1}{6} - \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{15} - \frac{4}{6} = \frac{1}{6} - \frac{7}{9} - \frac{2}{3} = \frac{3}{18} - \frac{14}{18} - \frac{12}{18} = \frac{-23}{18}$$

Ejercicio nº 14

Calcula y simplifica:

$$a) \frac{4}{5} - \frac{3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{2}$$

$$b) 1 - \frac{1}{3} \left(2 + \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{12} : \frac{1}{5}$$

Solución

$$a) \frac{4}{5} - \frac{3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{2} = \frac{4}{5} - \frac{3}{2} + \frac{7}{6} = \frac{24}{30} - \frac{45}{30} + \frac{35}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

$$b) 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{2}{1} + \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{12} : \frac{1}{5} =$$

$$= 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{8}{4} + \frac{1}{4} \right) + \frac{5}{12} = 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{4} + \frac{5}{12} = 1 - \frac{9}{12} + \frac{5}{12} = \frac{12}{12} - \frac{9}{12} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Ejercicio nº 15

A un viaje organizado para los alumnos y las alumnas de 4º ESO han ido 270 estudiantes en total. Sabiendo que $\frac{1}{6}$ eran del pueblo A, $\frac{2}{5}$ del pueblo B, y el resto del pueblo C:

a) ¿Qué fracción del total eran del pueblo C?

b) ¿Cuántos estudiantes fueron de cada uno de los tres pueblos?

Solución

$$a) \frac{1}{6} + \frac{2}{5} = \frac{5}{30} + \frac{12}{30} = \frac{17}{30} \text{ son del pueblo A y del B.}$$

$$\frac{30}{30} - \frac{17}{30} = \frac{13}{30} \text{ son del pueblo C.}$$

b) $\frac{1}{6}$ de 270 = 45 son de A.

$$\frac{2}{5} \text{ de } 270 = 108 \text{ son de B.}$$

$$270 - (45 + 108) = 117 \text{ son de C.}$$

Ejercicio nº 16

En una parcela se ha construido una casa que ocupa los $\frac{2}{5}$ de la superficie total. El resto de la parcela se ha dedicado al jardín. Sabiendo que para el jardín se han utilizado 60 m², ¿cuál es la superficie que ocupa la casa?

Solución

Al jardín se han dedicado los $\frac{3}{5}$ de la superficie total.

$$\text{Tenemos que: } \frac{3}{5} \text{ del total} = 60 \text{ m}^2 \rightarrow \text{Total} = \frac{60 \cdot 5}{3} = 100 \text{ m}^2$$

La casa ocupará $100 - 60 = 40 \text{ m}^2$.

La casa ocupa 40 m² de superficie.

Ejercicio nº 17

Hemos dividido un viaje de 180 km en tres etapas; en la primera de ellas recorreremos

$\frac{1}{5}$ del total y, en la segunda, $\frac{3}{4}$ del total.

a) ¿Qué fracción del total supone la tercera etapa?

b) ¿Cuántos kilómetros tiene la tercera etapa?

Solución

a) $\frac{1}{5} + \frac{3}{4} = \frac{4}{20} + \frac{15}{20} = \frac{19}{20}$ entre las dos primeras etapas.

$$\frac{20}{20} - \frac{19}{20} = \frac{1}{20} \text{ supone la tercera etapa.}$$

b) $\frac{1}{20}$ de 180 km = 9 km tiene la tercera etapa.

Ejercicio n° 18

Escribe en forma de fracción irreducible:

a) 6,25

b) $7,\overline{2}$

c) $1,\overline{13}$

Solución

a) $6,25 = \frac{625}{100} = \frac{25}{4}$

b) $10N = 72,222\dots$
 $-N = 7,222\dots$

$$9N = 65 \rightarrow N = \frac{65}{9}$$

c) $100N = 113,333\dots$
 $-10N = 11,333\dots$

$$90N = 102 \rightarrow N = \frac{102}{90} = \frac{17}{15}$$

Ejercicio n° 19

Expresa en forma de fracción irreducible cada número:

a) 32,5

b) $25,\overline{4}$

c) $3,1\overline{5}$

Solución

a) $32,5 = \frac{325}{10} = \frac{65}{2}$

b) $10N = 254,444\dots$
 $-N = 25,444\dots$

$$9N = 229 \rightarrow N = \frac{229}{9}$$

$$\begin{aligned} c) 100N &= 315,555\dots \\ -10N &= 31,555\dots \end{aligned}$$

$$90N = 284 \rightarrow N = \frac{284}{90} = \frac{142}{45}$$

Ejercicio nº 20

Expresa en forma de fracción irreducible:

a) 24,4

b) $65,\hat{1}$

c) $4,1\hat{6}$

Solución

$$a) 24,4 = \frac{244}{10} = \frac{122}{5}$$

$$\begin{aligned} b) 10N &= 651,111\dots \\ -N &= 65,111\dots \end{aligned}$$

$$9N = 586 \rightarrow N = \frac{586}{9}$$

$$\begin{aligned} c) 100N &= 416,666\dots \\ -10N &= 41,666\dots \end{aligned}$$

$$90N = 375 \rightarrow N = \frac{375}{90} = \frac{25}{6}$$

Solución ejercicio 21:

– Naturales: $\sqrt{4}$

– Enteros: -3 ; $\sqrt{4}$

– Racionales: -3 ; $2,7$; $\frac{3}{7}$; $\sqrt{4}$

– Irracionales: $\sqrt{7}$; $\sqrt[3]{9}$; $1,020020002\dots$

– Reales: Todos

Ejercicio n° 22

Reduce y calcula, aplicando las propiedades de las potencias:

a) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} ; \left(\frac{5}{2}\right)^3\right]^2$

b) $\frac{27 \cdot 3^4}{3^2}$

Solución

a) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} ; \left(\frac{5}{2}\right)^3\right]^2 = \left[\left(\frac{5}{2}\right)^2 ; \left(\frac{5}{2}\right)^3\right]^2 = \left[\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}\right]^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

b) $\frac{27 \cdot 3^4}{3^2} = \frac{3^3 \cdot 3^4}{3^2} = \frac{3^7}{3^2} = 3^5 = 243$

Ejercicio n° 23

a) Calcula:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-7}, 2^{-8}, \left(\frac{-3}{2}\right)^3$$

b) Simplifica aplicando las propiedades de las potencias:

$$\frac{8^2 \cdot 2}{2^4 \cdot 4^3}$$

Solución

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-7} = \left(\frac{2}{1}\right)^7 = 2^7 = 128$; $2^{-8} = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256}$; $\left(\frac{-3}{2}\right)^3 = -\frac{3^3}{2^3} = -\frac{27}{8}$

b) $\frac{8^2 \cdot 2}{2^4 \cdot 4^3} = \frac{(2^3)^2 \cdot 2}{2^4 \cdot (2^2)^3} = \frac{2^6 \cdot 2}{2^4 \cdot 2^6} = \frac{2^7}{2^{10}} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

Ejercicio n° 24

Reduce y calcula, utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-2} \cdot 7^{-2} \cdot 7$

b) $\frac{16 \cdot 2^4}{(2^2)^3}$

Solución

$$a) \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} \cdot 7^{-2} \cdot 7 = 7^2 \cdot 7^{-2} \cdot 7 = 7$$

$$b) \frac{16 \cdot 2^4}{(2^2)^3} = \frac{2^4 \cdot 2^4}{2^6} = \frac{2^8}{2^6} = 2^2 = 4$$

Ejercicio nº 25

Simplifica y calcula, aplicando las propiedades de las potencias:

$$a) \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-5}$$

$$b) \frac{25 \cdot 5^2}{5^3}$$

Solución

$$a) \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{+2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2+4-5} = \frac{3}{2}$$

$$b) \frac{25 \cdot 5^2}{5^3} = \frac{5^2 \cdot 5^2}{5^3} = \frac{5^4}{5^3} = 5^1 = 5$$

Ejercicio nº 26

Calcula y simplifica:

$$a) 3\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{72} + \sqrt{128}$$

$$b) \frac{\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{27}}{\sqrt[3]{3}}$$

Solución

$$a) 3\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{72} + \sqrt{128} = 3\sqrt{2^5} - \frac{1}{3}\sqrt{2^3 \cdot 3^2} + \sqrt{2^7} = 12\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 18\sqrt{2}$$

$$b) \frac{\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{27}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt{3^3}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[6]{\frac{3^4 \cdot 3^9}{3}} = \sqrt[6]{3^{12}} = 3^2 = 9$$

Ejercicio nº 27

Expresa como potencia de exponente fraccionario y simplifica.

$$a) \frac{\sqrt[4]{a^{10}}}{\sqrt{a^3}}$$

$$b) \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{27}$$

Solución

$$a) \frac{\sqrt[3]{a^{10}}}{\sqrt{a^3}} = \frac{a^{10/4}}{a^{3/2}} = \frac{a^{5/2}}{a^{3/2}} = a^{\frac{5-3}{2}} = a^1 = a$$

$$b) \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{27} = \sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt{3^3} = 3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} = 3^{\frac{2}{3} + \frac{3}{2}} = 3^{\frac{13}{6}}$$

Ejercicio nº 28

Opera y simplifica:

$$a) \sqrt{27} - 2\sqrt{75}$$

$$b) \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a}$$

Solución

$$a) \sqrt{27} - 2\sqrt{75} = \sqrt{3^3} - 2\sqrt{3 \cdot 5^2} = 3\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -7\sqrt{3}$$

$$b) \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[4]{a^3 \cdot a} = \sqrt[4]{a^4} = a$$

Ejercicio nº 29

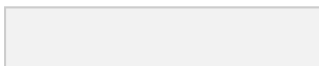
Racionaliza y simplifica:

$$a) \frac{2}{3\sqrt{2}}$$

$$b) \frac{1}{\sqrt[3]{a^4}}$$

$$c) \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2} + \sqrt{5}}$$

Solución



$$b) \frac{1}{\sqrt[3]{a^4}} = \frac{1 \cdot \sqrt[3]{a^3}}{\sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[3]{a^3}} = \frac{\sqrt[3]{a^3}}{a}$$

$$c) \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(2\sqrt{2} - \sqrt{5})}{(2\sqrt{2} + \sqrt{5})(2\sqrt{2} - \sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{10} - 5}{8 - 5} = \frac{2\sqrt{10} - 5}{3}$$

Ejercicio nº 30

Racionaliza y simplifica:

$$a) \frac{12}{\sqrt{2}}$$

$$b) \frac{2}{\sqrt[3]{a}}$$

$$c) \frac{\sqrt{2}}{5 - \sqrt{2}}$$

Solución

$$a) \frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{12 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$b) \frac{2}{\sqrt[3]{a}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}} = \frac{2\sqrt[3]{a^2}}{a}$$

$$c) \frac{\sqrt{2}}{5 - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(5 + \sqrt{2})}{(5 - \sqrt{2})(5 + \sqrt{2})} = \frac{5\sqrt{2} + 2}{25 - 2} = \frac{2 + 5\sqrt{2}}{23}$$

Ejercicio nº 31

Suprime el radical del denominador.

$$a) \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$= 3\sqrt{2} / 2$$

$$b) \frac{2}{\sqrt[3]{a}}$$

$$= 2\sqrt{a/a}$$

Ejercicio nº 32

Un automóvil tarda 3 h en recorrer 285 km. Si mantiene la misma velocidad, ¿cuánto tardará en recorrer los 190 km siguientes?

Solución

Recorre 285 : 3 = 95 km en una hora (lleva una velocidad de 95 km/h).

Tardará 190 : 95 = 2 h en recorrer los 190 km siguientes.

Ejercicio nº 33

Si 3,5 kg de naranjas cuestan 6,3 €, ¿cuánto tendremos que pagar por 4 kg y 800 gramos de las mismas naranjas?

Solución

6,3 : 3,5 = 1,8 € cuesta 1 kg de naranjas.

4,8 · 1,8 = 8,64 € costarán 4 kg 800 gramos de esas naranjas.

Ejercicio nº 34

Un campesino tiene alimento para sus 40 vacas durante 120 días. Si compra 20 vacas más, ¿cuántos días podrá alimentarlas con las mismas provisiones?

Solución

40 vacas □ 120 días } Son inversamente proporcionales.
60 vacas □ x } $x = \frac{40 \cdot 120}{60} = 80$ días.

Otra forma:

40 · 120 = 4800 días podrá alimentar a 1 vaca con esas provisiones.

4800 : 60 = 80 días le duran si compra 20 vacas más.

Ejercicio nº 35

Si 15 personas han realizado un trabajo de 120 horas, ¿cuánto tiempo tardarían 24 personas en hacer ese mismo trabajo?

Solución

15 · 120 = 1800 horas tardaría 1 persona.

1800 : 24 = 75 horas tardarían 24 personas.

Ejercicio nº 36

Tres cosechadoras en tres horas han segado un campo de 27 hectáreas. ¿Cuántas cosechadoras serán necesarias para segar en dos horas 36 hectáreas?

Solución

COSECHADORAS	HORAS	HECTAREAS
3	3	27
x	2	36
DIRECTA		
DIRECTA		

$$\frac{3}{x} \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{36} \rightarrow \frac{9}{2x} = \frac{27}{36} \rightarrow x = \frac{36 \cdot 9}{54} = 6 \text{ cosechadoras}$$

Ejercicio nº 37

Diez obreros han construido 200 metros de valla en cinco días. ¿Cuántos metros de valla harán 15 obreros trabajando 10 días?

Solución

OBREROS	DIAS	VALLA
10	5	200 m
15	10	x

| DIRECTA |

| DIRECTA

$$\frac{10}{15} \cdot \frac{5}{10} = \frac{200}{x} \rightarrow \frac{50}{150} = \frac{200}{x} \rightarrow$$
$$\rightarrow x = \frac{150 \cdot 200}{50} = 600 \text{ m}$$

Ejercicio nº 38

Reparte 1515 € en partes inversamente proporcionales a 5, 6, 9 y 12.

Solución

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12} \text{ m. i. n. c. } (5, 6, 9, 12) = 180 \rightarrow \frac{36}{180}, \frac{30}{180}, \frac{20}{180}, \frac{15}{180}$$

Repartimos directamente a 36, 30, 20, 15.

$$\frac{x}{36} = \frac{y}{30} = \frac{z}{20} = \frac{m}{15} \rightarrow \frac{x+y+z+m}{36+30+20+15} = \frac{1515}{101}$$

$$\frac{x}{36} = \frac{1515}{101} \rightarrow x = \frac{1515 \cdot 36}{101} \rightarrow x = 540 \text{ €}$$

$$\frac{y}{30} = \frac{1515}{101} \rightarrow y = \frac{1515 \cdot 30}{101} \rightarrow y = 450 \text{ €}$$

$$\frac{z}{20} = \frac{1515}{101} \rightarrow z = \frac{1515 \cdot 20}{101} \rightarrow z = 300 \text{ €}$$

$$\frac{m}{15} = \frac{1515}{101} \rightarrow m = \frac{1515 \cdot 15}{101} \rightarrow m = 225 \text{ €}$$

Ejercicio nº 39

Victoria, Mercedes y José Carlos han cobrado 1500 € por un trabajo. Sabiendo que Victoria trabajó 12 días, Mercedes 8 días y José Carlos 10 días, ¿cuánto le corresponderá a cada uno?

Solución

12 + 8 + 10 = 30 días han trabajado entre los tres.

1500 € : 30 días = 50 € cobran por cada día.

Victoria → 12 · 50 = 600 € le corresponden.

Mercedes → 8 · 50 = 400 € le corresponden.

José Carlos → 10 · 50 = 500 € le corresponden.

Ejercicio nº 40

El 36% de las 250 familias de cierta población son familias numerosas. ¿Cuántas familias no son numerosas?

Solución

No son numerosas el $100\% - 36\% = 64\%$ de las familias.

$$64\% \text{ de } 250 = 0,64 \cdot 250 = 160$$

Hay 160 familias que no son numerosas.

Ejercicio nº 41

En una clase hay 14 chicas, lo que supone un 43,75 % del total. ¿Cuántos chicos hay en dicha clase?

Si 14 es el 43,75%, x es el 100%. $x = (100 \cdot 14) : 43,75 = 32$.

$$32 - 14 = 18.$$

Hay 18 chicos.

Ejercicio nº 42

Expresa utilizando el lenguaje algebraico:

- El área, S , de un rectángulo de base a y altura b .
- En una división, el dividendo es igual al divisor por el cociente más el resto.

Solución

a) $S = a \cdot b$

b) $D = d \cdot c + r$

Ejercicio nº 43

Dados los monomios $A = -3x^3$, $B = 4x^3$, $C = \frac{x^2}{2}$, efectúa:

a) $(B - A) \cdot C$

b) $(B : C) \cdot A$

c) $2A + 3B$

Solución

$$a) (B - A) \cdot C = (4x^3 + 3x^3) \cdot \frac{x^2}{2} = (7x^3) \cdot \frac{x^2}{2} = \frac{7}{2}x^5$$

$$b) (B : C) \cdot A = \left[(4x^3) : \left(\frac{x^2}{2} \right) \right] \cdot (-3x^3) = (8x) \cdot (-3x^3) = -24x^4$$

$$c) 2A + 3B = 2(-3x^3) + 3(4x^3) = -6x^3 + 12x^3 = 6x^3$$

Ejercicio n° 44

Opera y simplifica:

$$(x^2 - 2x + 3)(2x + 1) - (4x - 1)^2$$

Solución

$$(x^2 - 2x + 3)(2x + 1) - (4x - 1)^2 = (2x^3 + x^2 - 4x^2 - 2x + 6x + 3) - (16x^2 - 8x + 1) =$$

$$= 2x^3 - 3x^2 + 4x + 3 - 16x^2 + 8x - 1 = 2x^3 - 19x^2 + 12x + 2$$

Ejercicio n° 45

Calcula el cociente y el resto de la siguiente división:

$$(6x^4 - 5x^3 + x^2 + x - 2) : (3x^2 - 3x + 1)$$

Solución

$$\begin{array}{r} 6x^4 - 5x^3 + x^2 + x - 2 \\ \underline{-6x^4 + 6x^3 - 2x^2} \end{array} \quad \begin{array}{r} \boxed{3x^2 - 3x + 1} \\ 2x^2 + \frac{1}{3}x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 + x \\ \underline{-x^3 + x^2 - \frac{1}{3}x} \\ \frac{2}{3}x - 2 \end{array}$$

$$\text{Cociente} = 2x^2 + \frac{1}{3}x$$

$$\text{Resto} = \frac{2}{3}x - 2$$

Ejercicio n° 46

Halla el cociente y el resto de cada división:

$$(-3x^4 + 6x^2 + x - 2) : (x - 1)$$

Solución

Aplicamos la regla de Ruffini:

	-3	0	6	1	-2
1		-3	-3	3	4
	-3	-3	3	4	2

Cociente = $-3x^3 - 3x^2 + 3x + 4$

Resto = 2

Ejercicio nº 47

Calcula el valor numérico del polinomio para los valores que se indican:

$$3x^2 - 3x + 6$$

a) Para $x = -1$

b) Para $x = 3$

Solución

a) $3 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 6 = 3 + 3 + 6 = 12$

b) $3 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 6 = 27 - 9 + 6 = 24$

Ejercicio nº 48

Dado el polinomio $P(x) = 4x^3 - 8x^2 + 3x - 1$:

a) Halla el cociente y el resto de la división:

$$P(x) : (x - 2)$$

b) ¿Cuánto vale $P(2)$?

Solución

a) Aplicamos la regla de Ruffini:

	4	-8	3	1
2		8	0	6
	4	0	3	5

Cociente = $4x^2 + 3$

Resto = 5

b) Por el teorema del resto, sabemos que $P(2) = 5$.

Ejercicio n° 49

Factoriza estos polinomios:

$$x^4 - 2x^3 + x^2$$

Solución

Sacamos factor común y utilizamos que $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$:

$$x^4 - 2x^3 + x^2 = x^2(x^2 - 2x + 1) = x^2(x - 1)^2$$

Ejercicio n° 50

Factoriza el siguiente polinomio:

$$x^5 - 2x^4 - 5x^3 + 6x^2$$

Solución

– Sacamos x^2 factor común: $x^2(x^3 - 2x^2 - 5x + 6)$

– Utilizamos la regla de Ruffini para factorizar $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$:

	1	-2	-5	6	
1		1	-1	-6	
	1	-1	-6	0	
3		3	6		
	1	2	0		

Por tanto:

$$x^5 - 2x^4 - 5x^3 + 6x^2 = x^2(x - 1)(x - 3)(x + 2)$$

Ejercicio n° 51

Descompón en factores el numerador y el denominador, y luego simplifica.

$$\frac{x^3 - 49x}{x^4 - 7x^3}$$

Solución

$$\frac{x^3 - 49x}{x^4 - 7x^3} = \frac{x(x^2 - 49)}{x^3(x-7)} = \frac{x(x-7)(x+7)}{x^3(x-7)} = \frac{x+7}{x^2}$$

En el primer paso sacamos factor común; en el segundo paso aplicamos la identidad notable

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ a la expresión $x^2 - 49$, y finalmente dividimos numerador y denominador entre el máx.c.d. de ambos, que es $x(x - 7)$.

Ejercicio n° 52

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{2x+1}{5} - \frac{x+1}{3} = \frac{3x}{5} - 2\left(\frac{x}{6} - 1\right)$$

Solución

$$\begin{aligned} \frac{2x+1}{5} - \frac{x+1}{3} &= \frac{3x}{5} - \frac{2x}{6} + 2 \\ \frac{12x+6}{30} - \frac{10x+10}{30} &= \frac{18x}{30} - \frac{10x}{30} + \frac{60}{30} \end{aligned}$$

$$12x + 6 - 10x - 10 = 18x - 10x + 60$$

$$12x - 10x - 18x + 10x = 60 - 6 + 10$$

$$-6x = 64$$

$$x = \frac{64}{-6} = \frac{-32}{3} \rightarrow x = \frac{-32}{3}$$

Ejercicio n° 53

Resuelve:

$$\frac{5(3x+1)}{4} - \frac{6x-1}{3} = \frac{-9x}{16} + \frac{2(9x+5)}{8}$$

Solución

$$\begin{aligned} \frac{5(3x+1)}{4} - \frac{6x-1}{3} &= \frac{-9x}{16} + \frac{2(9x+5)}{8} \\ \frac{15x+5}{4} - \frac{6x-1}{3} &= \frac{-9x}{16} + \frac{18x+10}{8} \\ \frac{180x+60}{48} - \frac{96x-16}{48} &= \frac{-27x}{48} + \frac{108x+60}{48} \end{aligned}$$

$$180x + 60 - 96x + 16 = -27x + 108x + 60$$

$$180x - 96x + 27x - 108x = 60 - 60 - 16$$

$$3x = -16$$

$$x = \frac{-16}{3}$$

Ejercicio n° 54

Resuelve esta ecuación:

$$3(2x + 1) - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{2} \left[x + 2 - \frac{x+1}{3} \right]$$

Solución

$$3(2x + 1) - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{2} \left[x + 2 - \frac{x+1}{3} \right]$$

$$6x + 3 - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{2} \left[x + 2 - \frac{x+1}{3} \right]$$

$$6x + 3 - \frac{x+1}{2} = \frac{x}{2} + 1 - \frac{x+1}{6}$$

$$\frac{36x}{6} + \frac{18}{6} - \frac{3x+3}{6} = \frac{3x}{6} + \frac{6}{6} - \frac{x+1}{6}$$

$$36x + 18 - 3x - 3 = 3x + 6 - x - 1$$

$$36x - 3x - 3x + x = 6 - 1 - 18 + 3$$

$$31x = -10$$

$$x = \frac{-10}{31}$$

Ejercicio n° 55

Resuelve:

a) $18x^2 - 2 = 0$

b) $4x^2 + 22x = 0$

Solución

$$\text{a) } 18x^2 - 2 = 0 \rightarrow 18x^2 = 2 \rightarrow x^2 = \frac{2}{18} = \frac{1}{9} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{9}} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{-1}{3} \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{array} \right.$$

$$\text{b) } 4x^2 + 22x = 0 \rightarrow x(4x + 22) = 0 \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ 4x + 22 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{-22}{4} = \frac{-11}{2} \end{array} \right.$$

Ejercicio nº 56

Resuelve:

$$2x(\sqrt{x-1}|x^2-5x+6|)=0$$

Solución

Tenemos un producto de factores igualado a 0, luego se ha de cumplir:

$$x = 0$$

$$\sqrt{x-1}=0 \rightarrow \sqrt{x}=1 \rightarrow x=1$$

$$x^2-5x+6=0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \quad \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}$$

Las soluciones son $x=0$, $x=1$, $x=2$ y $x=3$.

Ejercicio nº 57

Resuelve las ecuaciones:

$$2x + \sqrt{6x+1} = 3$$

Solución

$$\sqrt{6x+1} = 3 - 2x$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$$6x+1 = 9 - 12x + 4x^2 \rightarrow 4x^2 - 18x + 8 = 0 \rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81-32}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{9 \pm 7}{4} \quad \begin{matrix} \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{16}{4} = 4 \end{matrix}$$

Comprobamos las posibles soluciones sobre la ecuación:

$$2 \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{6}{2} + 1} = 1 + \sqrt{4} = 1 + 2 = 3 \rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ es solución.}$$

$$8 + \sqrt{24+1} = 8 + \sqrt{25} = 8 + 5 = 13 \rightarrow x = 4 \text{ no es solución.}$$

La única solución es $x = \frac{1}{2}$.

Ejercicio nº 58

La edad de Alicia es el cuádruple de la de Pablo, pero dentro de 16 años será solamente el doble. Halla la edad actual de Alicia y de Pablo.

Solución

Hacemos una tabla:

	AHORA	DENTRO DE 16 AÑOS
ALICIA	$4x$	$4x + 16$
PABLO	x	$x + 16$

$$4x + 16 = 2(x + 16) \rightarrow 4x + 16 = 2x + 32 \rightarrow 2x = 16 \rightarrow x = 8$$

Actualmente Pablo tiene 8 años, y Alicia, 32.

Ejercicio nº 59

a) Resuelve.

$$\begin{cases} 2x - 3y = -9 \\ 5x + y = 3 \end{cases}$$

b) Resuelve.

$$\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 6x + 5y = 7 \end{cases}$$

Solución

a) El método más adecuado es sustitución.

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x - 3y = -9 \\ 5x + y = 3 \end{cases} & \quad y = 3 - 5x \\ 2x - 3(3 - 5x) = -9 & \rightarrow 2x - 9 + 15x = -9 \rightarrow 17x = 0 \rightarrow x = 0 \\ y = 3 - 5x = 3 - 0 & = 3 \end{aligned}$$

Solución: $x = 0$, $y = 3$

b) Para resolver este sistema, parece adecuado utilizar el método de reducción.

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 6x + 5y = 7 \end{cases} & \xrightarrow{(-2)} \begin{cases} -6x + 4y = 2 \\ 6x + 5y = 7 \end{cases} \\ & \rightarrow \\ \text{Sumando} & \quad 9y = 9 \rightarrow y = \frac{9}{9} = 1 \end{aligned}$$

$$3x - 2y = -1 \rightarrow 3x - 2 = -1 \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\text{Solución: } x = \frac{1}{3}, y = 1$$

Ejercicio n° 60

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ y^2 - x^2 = 5 \end{cases}$$

Solución

Despejamos y de la primera ecuación y sustituimos en la segunda:

$$y = \frac{12 - 3x}{2}$$

$$\left(\frac{12 - 3x}{2}\right)^2 - x^2 = 5 \rightarrow \frac{144 + 9x^2 - 72x}{4} - x^2 = 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow 144 + 9x^2 - 72x - 4x^2 = 20 \rightarrow 5x^2 - 72x + 124 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{72 \pm \sqrt{5184 - 2480}}{10} = \frac{72 \pm \sqrt{2704}}{10} = \frac{72 \pm 52}{10} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{124}{10} = \frac{62}{5} \rightarrow y = -\frac{63}{5} \\ x = 2 \rightarrow y = 3 \end{array} \right.$$

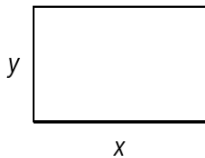
$$\text{Por tanto, hay dos soluciones: } \begin{cases} x_1 = \frac{62}{5}; y_1 = -\frac{63}{5} \\ x_2 = 2; y_2 = 3 \end{cases}$$

Ejercicio n° 61

El perímetro de un rectángulo es de 30 cm, y sabemos que la base es 1 cm más larga que la altura. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar las dimensiones del rectángulo.

Solución

Llamamos x a la base e y a la altura. Tenemos que:



$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 30 \\ x = y + 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x + y = 15 \\ x = y + 1 \end{array} \quad y + 1 + y = 15$$

$$2y = 14 \rightarrow y = \frac{14}{2} = 7 \rightarrow x = y + 1 = 7 + 1 = 8$$

La base mide 8 cm y la altura, 7 cm.